

科目名	学年	番号	学籍番号	氏名
界面化学 第6回	2			

全問解答し，答え合わせ（自己採点）をして提出せよ。なお，[2] と [3] は電卓を用いず，手計算で答を求めよ。その際， $\ln x = 2.303 \log x$ ， $e^x = 1 + x$ の関係と，3 頁に示した対数の概算値を用いてよい。

[1] 「界面とコロイドの化学」の 3.5 節と 3.6 節（47 頁～56 頁）を読みなさい。

[2] 半径が $1 \mu\text{m}$ の水滴は， 25°C において表面張力によってどの程度の加圧を受けているか。また，その結果，蒸気圧はどの程度変化しているか。ただし，水の 25°C における表面張力は 71.99 mN/m ，蒸気圧は 31.67 hPa とする。また，水のモル体積は $V_m^\ell = 18.00 \text{ (cm}^3/\text{mol)} = 18.00 \times 10^{-6} \text{ (m}^3/\text{mol)}$ としてよい。

- [3] 25 °Cにおいて水滴の蒸気圧が水（平坦表面）の蒸気圧よりも 10 %以上大きくなるのは、水滴の半径がどの程度の大きさ以下になったときか計算せよ。ただし、水の 25 °Cにおける表面張力は 71.99 mN/m, 水のモル体積は $V_m^l = 18.00 \text{ (cm}^3/\text{mol)} = 18.00 \times 10^{-6} \text{ (m}^3/\text{mol)}$ としてよい。

$$2^{10} = 10^3$$

$$\begin{aligned} 2^{10} &= 1024 && \text{正しい関係} \\ &\simeq 1000 && \text{およそ} \\ &= 10^3 && \text{指数形式} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\log 2$$

$$\begin{aligned} \log 2^{10} &= \log 10^3 && (1) \text{ 式の両辺の対数をとった} \\ 10 \log 2 &= 3 \log 10 && \log a^b = b \log a \text{ より} \\ 10 \log 2 &= 3 && \log 10 = 1 \text{ より} \\ \log 2 &= 0.3 && \end{aligned} \quad (2)$$

$$\log 4$$

$$\begin{aligned} 4 &= 2^2 && \text{正しい関係} \\ \log 4 &= \log 2^2 && \text{両辺の対数をとった} \\ &= 2 \log 2 && \log a^b = b \log a \text{ より} \\ &= 0.6 && (2) \text{ 式より} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\log 8$$

$$\begin{aligned} 8 &= 2^3 && \text{正しい関係} \\ \log 8 &= \log 2^3 && \text{両辺の対数をとった} \\ &= 3 \log 2 && \log a^b = b \log a \text{ より} \\ &= 0.9 && (2) \text{ 式より} \end{aligned} \quad (4)$$

$$9^2 = 80$$

$$\begin{aligned} 9^2 &= 81 && \text{正しい関係} \\ &\simeq 80 && \text{およそ} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\log 9$$

$$\begin{aligned} \log 9^2 &= \log(8 \times 10) && (5) \text{ 式の両辺の対数をとった} \\ 2 \log 9 &= \underbrace{\log 8}_{=0.9} + \underbrace{\log 10}_{=1} && \log(a \times b) = \log a + \log b \text{ より} \\ &= 1.9 && (4) \text{ 式より} \\ \log 9 &= 0.95 && \end{aligned} \quad (6)$$

$$\log 3$$

$$\begin{aligned} \log 9 &= \log 3^2 = 0.95 && (6) \text{ 式より} \\ 2 \log 3 &= 0.95 && \log a^b = b \log a \text{ より} \\ \log 3 &= 0.475 && \end{aligned} \quad (7)$$

$$\log 6$$

$$\begin{aligned} 6 &= 2 \times 3 && \text{正しい関係} \\ \log 6 &= \log(2 \times 3) && \text{両辺の対数をとった} \\ &= \underbrace{\log 2}_{=0.3} + \underbrace{\log 3}_{=0.475} && \log(a \times b) = \log a + \log b \text{ より} \\ &= 0.775 && (2) \text{ 式, (7) 式より} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\log 5$$

$$\begin{aligned} 5 &= (10/2) && \text{正しい関係} \\ \log 5 &= \log(10/2) && \text{両辺の対数をとった} \\ &= \underbrace{\log 10}_{=1} - \underbrace{\log 2}_{0.3} && \log(a/b) = \log a - \log b \text{ より} \\ &= 0.7 && (2) \text{ 式より} \end{aligned} \quad (9)$$

$$7^2 = 50$$

$$\begin{aligned} 7^2 &= 49 && \text{正しい関係} \\ &\simeq 50 && \text{およそ} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\log 7$$

$$\begin{aligned} \log 7^2 &= \log(5 \times 10) && (10) \text{ 式の両辺の対数をとった} \\ &= \underbrace{\log 5}_{=0.7} + \underbrace{\log 10}_{=1} && \log(a \times b) = \log a + \log b \text{ より} \\ &= 1.7 && (9) \text{ 式より} \\ \log 7 &= 0.85 && \end{aligned} \quad (11)$$

まとめ

	概算値	正確な値	誤差%
$\log 2$	0.3	0.301	0.3
$\log 3$	0.475	0.477	0.4
$\log 4$	0.6	0.602	0.3
$\log 5$	0.7	0.699	0.1
$\log 6$	0.775	0.778	0.4
$\log 7$	0.85	0.845	0.6
$\log 8$	0.9	0.903	0.3
$\log 9$	0.95	0.954	0.4

解答

[1] なし

[2] 1.440×10^5 (Pa) の加圧を受け、その結果 3 Pa だけ蒸気圧が上昇する。

テキストの (3.24) 式 $\Delta P = 2\gamma/r_{\text{ext}}$ を用いれば、以下のように加圧の程度が計算できる。

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{r_{\text{ext}}} = \frac{2 \times 71.99 \times 10^{-3} \text{ (N} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}}{1 \times 10^{-6} \text{ (m)}} = 1.440 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

これを (3.26) 式に代入すれば、半径 1 μm の液滴の蒸気圧が、


$$\begin{aligned} \frac{p}{p^*} &= \exp\left[\frac{V_m^\ell \Delta P}{RT}\right] \\ &= \exp\left[\frac{18.00 \times 10^{-6} \text{ (m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}\text{)} \times 1.440 \times 10^5 \text{ (Pa)}}{8.314 \text{ (J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}\text{)} \times 298.2 \text{ (K)}}\right] = \exp(0.001046) = 1.001 \\ p &= p^* \times 1.001 = 31.67 \times 10^2 \times 1.001 = 3170 \text{ (Pa)} \end{aligned}$$

と計算され、平坦液面における蒸気圧 31.67 hPa に比べて 3 Pa だけ蒸気圧が上昇している。1 気圧以上の加圧 ($\Delta P = 1.440 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.4$ 気圧) で蒸気圧の変化はわずか 3 Pa である。

[3] 11 nm 以下

$$\begin{aligned} \frac{p}{p^*} &= \exp\left[\frac{V_m^\ell 2\gamma}{RT r_{\text{ext}}}\right] \\ &= \exp\left[\frac{18.00 \times 10^{-6} \text{ (m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}\text{)} \times 2 \times 71.99 \times 10^{-3} \text{ (N} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}}{8.314 \text{ (J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}\text{)} \times 298.2 \text{ (K)} \times r_{\text{ext}} \text{ (m)}}\right] \\ &= \exp\left[\frac{1.045 \times 10^{-9}}{r_{\text{ext}}}\right] \geq 1.1 \\ &\quad \xrightarrow{r_{\text{ext}} \text{ について解くと}} r \leq 11.0 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

今日の講義でわからないことがあれば、お伝えください。また、講義に対する要望があればお書きください。感想などでも結構です。もちろん、成績等には一切関係ありません。

 記述欄